

LE PRÉTENDU « MODÈLE CHRISTALLÉRIEN »

La formulation classique du « modèle christallérien » de la « théorie de la centralité » est le résultat d'une réinterprétation et d'une reformulation des recherches de Walter Christaller dans *Die zentralen Orte in Süddeutschland* (1933).

1) Ce « modèle » est formulé dans un espace « homogène », c'est à dire dans un espace où on se déplace de manière identique et à la même vitesse dans toutes les directions (isotropie) et dans lequel des formes géométriques régulières identiques se déduisent les unes des autres (isomorphie).

2) Ce « modèle » fonctionne sans tenir compte des comportements culturels et psychologiques des populations. Les producteurs et les consommateurs font des choix rationnels et se déplacent de la manière la plus économique.

3) Ce « modèle » permet alors de déduire qu'en « théorie » les villes dans lesquelles vivent ces populations s'organisent spatialement en réseaux hiérarchisés qui fonctionnent en vertu de trois « principes » souvent appelés des « logiques ».

On trouve une présentation « normalisée » de ce « modèle » dans les sites suivants :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Modèle_christallérien,
http://hypergeo.free.fr/article.php3?id_article=13&var_recherche=modele+de+christaller
<http://www.utexas.edu/depts/grg/adams/307c/centralplace.ppt>
<http://www.geog.unt.edu/~rice/geog4980/geog4980module6.pdf>

Principe de marché

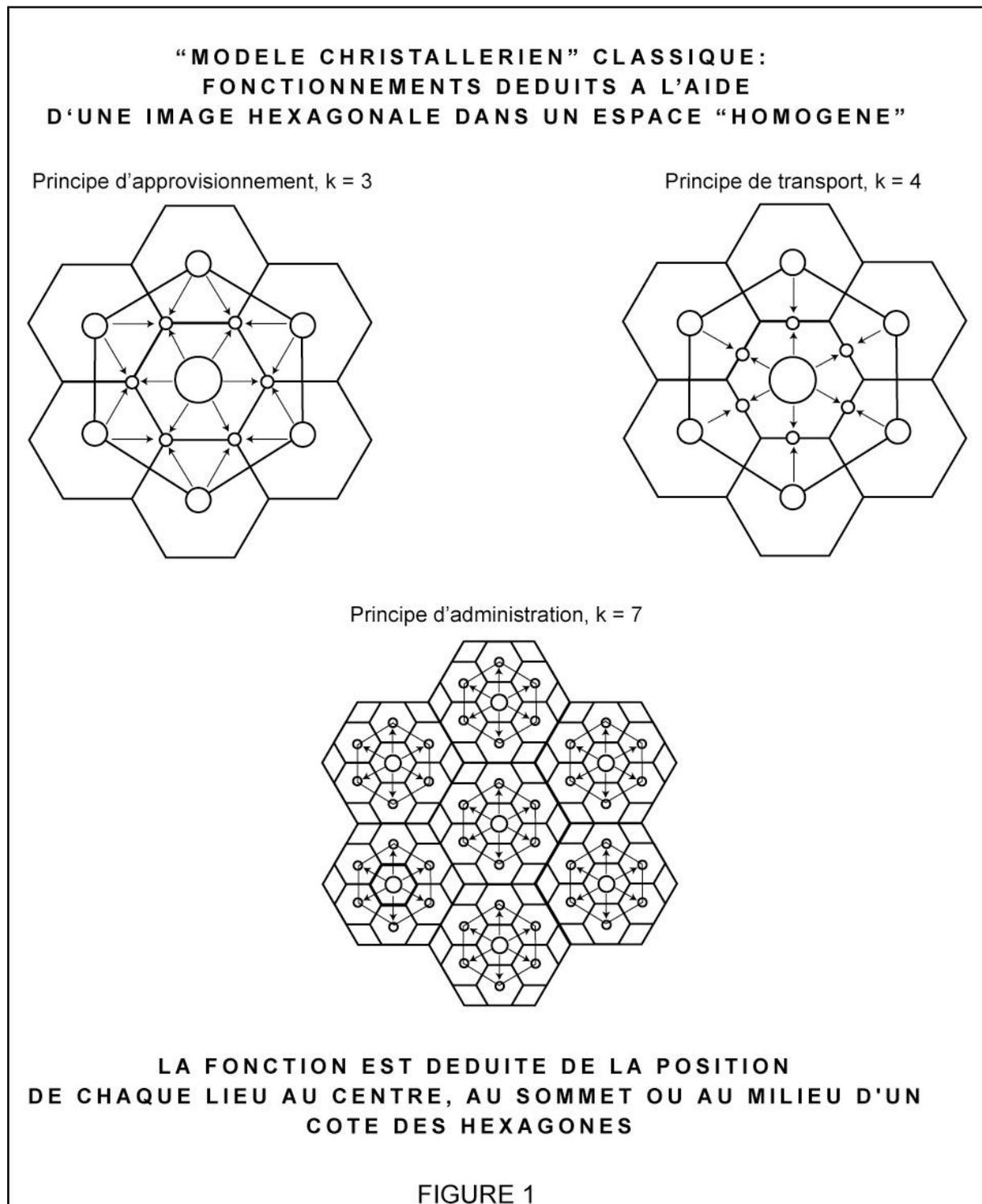
Ce « principe » est censé résulter des lois économiques de l'offre et de la demande. Une ville est un lieu de création et de consommation de richesses. Il en résulte une concentration, une accumulation et une convergence de population. Plus une ville offre de biens et de services, plus son « aire d'influence » en tant que « lieu central » est étendue. L'espace étant homogène, l'optimisation de la répartition des villes s'explique par leur localisation aux centres et aux sommets de figures hexagonales régulières. En effet, en plus de lui-même, chaque « lieu central » situé au centre d'un hexagone dessert six « lieux centraux » aux sommets de cet hexagone. Mais chaque « lieu central » situé au sommet d'un hexagone appartient également à deux autres hexagones adjacents (figure 1). Par conséquent, pour Walter Christaller les « lieux centraux » situés aux 6 sommets d'un hexagone sont desservis à raison d'un tiers par trois « lieux centraux » situés dans trois hexagones adjacents. Pour un hexagone complet, le coefficient numérolgique du « principe de marché » est donc : 1 unité pour le « lieu central » situé au centre de l'hexagone et 6 fois un tiers pour les « lieux centraux » situés aux sommets, soit : $k = (6 \times \frac{1}{3}) + 1 = 3$.

Principe de transport

Ce principe est censé résulter de la recherche de l'économie dans les déplacements entre les « lieux centraux ». Afin de réduire ces frais au minimum Walter Christaller propose d'aligner les « lieux centraux » secondaires entre les « lieux centraux » principaux sur les diagonales qui joignent les centres des hexagones initiaux (figure 1). Chaque « lieu central » situé au centre d'un hexagone dessert six « lieux centraux » situés sur les côtés qui l'entourent. Inversement, chaque « lieu central » situé sur l'un des 6 côtés d'un hexagone est desservi pour moitié par les deux « lieux centraux » localisés dans les hexagones adjacents au côté où il se trouve. Pour un hexagone complet, le coefficient numérolgique du « principe de transport » est donc : 1 unité pour le « lieu central » situé au centre de l'hexagone et 6 fois un demi pour les « lieux centraux » situés sur les milieux des côtés, soit : $k = (6 \times \frac{1}{2}) + 1 = 4$.

Principe d'administration

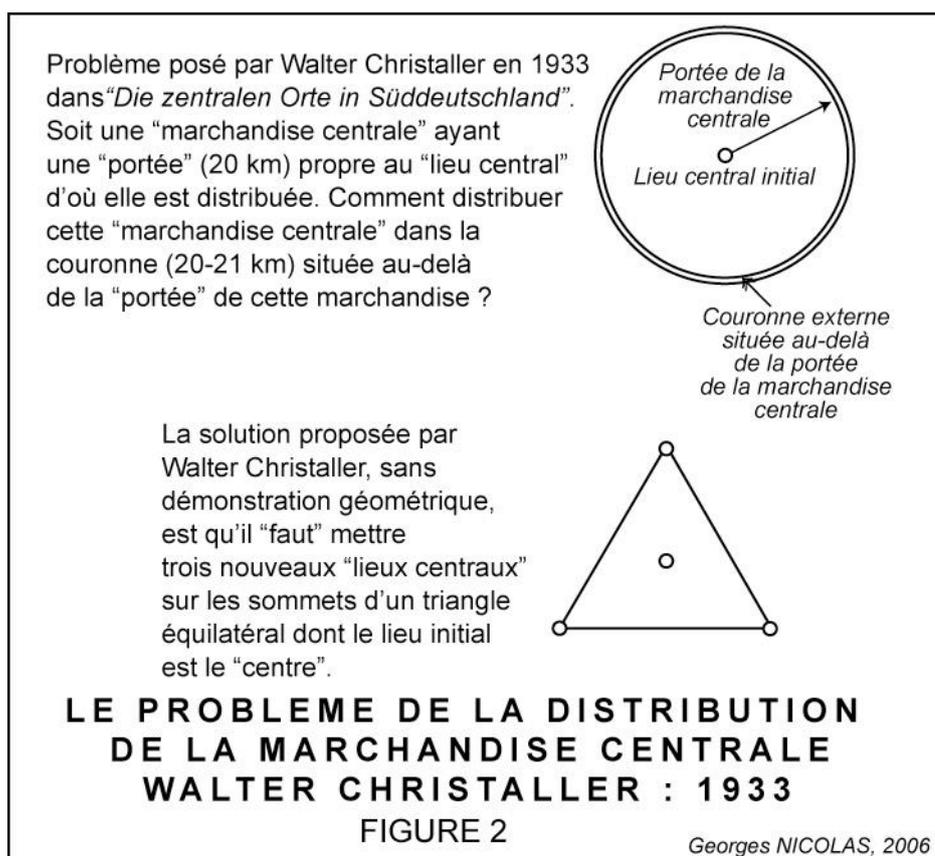
Ce principe est censé résulter d'une organisation spatiale pyramidale de « lieux centraux » secondaires autour d'un « lieu central » principal. Walter Christaller situe les « lieux centraux » secondaires à égale distance du « lieu central » principal sur les sommets d'un hexagone (figure 1). Chaque « lieu central » situé au centre de l'hexagone principal exerce son pouvoir administratif et politique sur six « lieux centraux » secondaires. Pour un hexagone complet, le coefficient numérogique du « principe d'administration » est donc : 1 unité pour le « lieu central » situé au centre de l'hexagone et 1 unité pour chaque « lieu central » situé sur les sommets, soit : $k = (6 \times 1) + 1 = 7$.

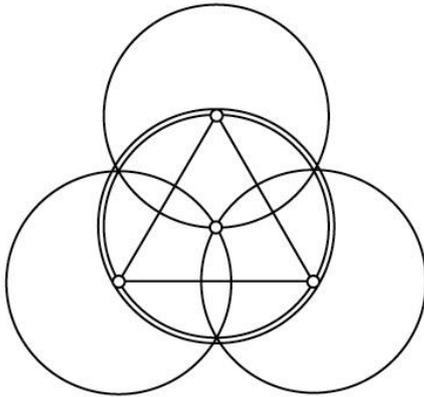


La validité du « modèle cristallin » est actuellement sujette à controverse dans les milieux universitaires. En effet, après avoir été critiquée sévèrement avant la deuxième guerre mondiale, elle a été réhabilitée par les « nouveaux géographes » après la fin du conflit pour être à nouveau contestée à la fin du XXe et au début du XXIe siècle.

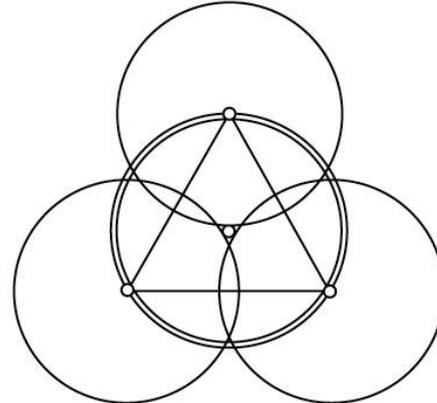
Depuis 1880 les mathématiciens considèrent un « modèle » comme une « structure qui réalise les propositions d'une théorie » (H. Poincaré) et depuis 1928 les linguistes voient dans un « modèle » une « représentation simplifiée de relations entre unités d'un système » (V. Propp). Or, en 1933 (DS) et 1941 (DO) Christaller parle de « schéma » (« *mathematisches Schema* », « *mathematical Scheme* ») mais pas de « modèle » (« *Modell* », « *model* ») de son « système des lieux centraux » (« *System der zentralen Orte* », « *System of Central places* ») dans une « théorie de la géographie des lieux habités » (« *Siedlungsgeographie* » DS, p14, « *geography of settlements* » DO, p3) et non pas d'une « théorie de la centralité ».

Pour Walter Christaller la figure géométrique de base du système des lieux centraux n'est pas l'hexagone régulier mais le triangle équilatéral. Il prend soin de le rappeler à l'aide d'un dessin où il précise qu'il ne faut pas partir d'une distribution initiale théorique des lieux en carrés mais en triangles équilatéraux (« *nicht die Verteilung, sondern die Verteilung* » (DS, p69), « *not this distribution, but this distribution* » (CP, p63)) pour que les lieux s'organisent en hexagones parfaitement réguliers. Cette contrainte est liée à la manière dont il pose le problème et tente de le résoudre géométriquement.





Première possibilité: les nouveaux "lieux centraux" sont disposés sur la limite intérieure de la couronne. On démontre mathématiquement (première erreur) que 1,4 % de la couronne n'est pas couverte.



Deuxième possibilité : les nouveaux "lieux centraux" sont disposés sur la limite extérieure de la couronne. On démontre mathématiquement (deuxième erreur) que 4 % de la couronne n'est pas couverte.

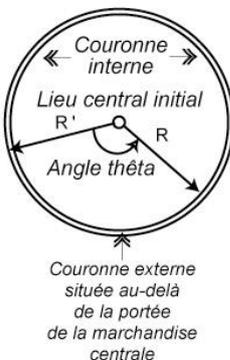
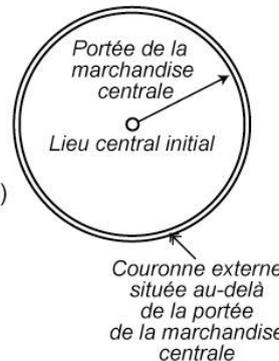
La solution géométrique proposée par Walter Christaller au problème qu'il a formulé n'est pas "vraie" à 1,4 % ou 4 % près, ou juste à 98,6 ou 96 %. Elle est toujours mathématiquement fautive et n'est donc pas un "modèle". Elle ne résout pas le problème posé, indépendamment de toute vérification empirique.

LES ERREURS GEOMETRIQUES DE WALTER CHRISTALLER

FIGURE 3

D'APRES M.MICHALAKIS ET G. NICOLAS: "LE CADAVRE EXQUIS DE LA CENTRALITE", 1986 © Georges NICOLAS 2005

Problème posé par Walter Christaller en 1933 dans "Die zentralen Orte in Süddeutschland". Soit une "marchandise centrale" ayant une "portée" (20 km) propre au "lieu central" d'où elle est distribuée. Comment distribuer cette "marchandise centrale" dans la couronne (20-21 km) située au-delà de la "portée" de cette marchandise ?

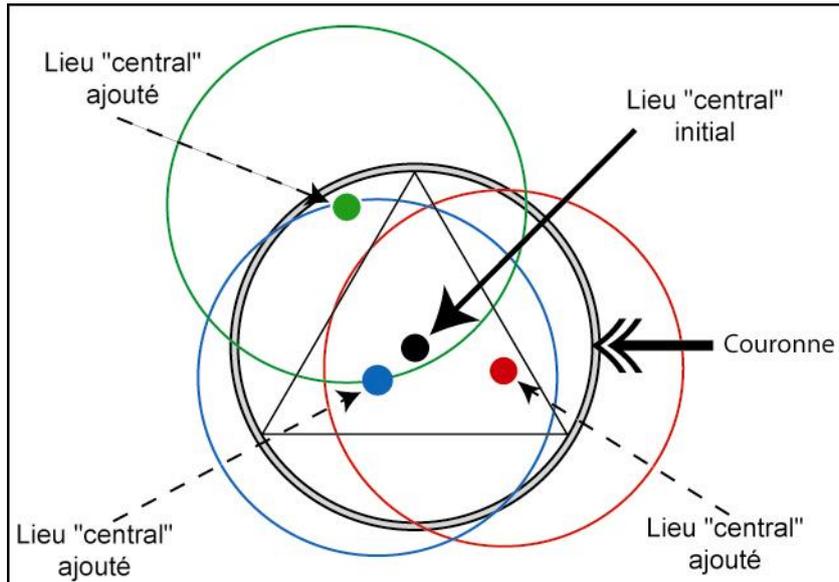


- 1) La solution dépend du rayon R de la couronne interne, du rayon R' de la couronne externe, et de l'angle θ entre les deux rayons.
- 2) Les figures sont construites à partir de n'importe quel point situé dans la couronne interne. Elles peuvent avoir trois, quatre, cinq ou six côtés. Elles ont une forme régulière ou irrégulière.
- 3) Toutes les figures peuvent effectuer une rotation autour du centre.
- 4) Le nombre de solutions est infini.
- 5) Il n'existe pas de forme normative.

LA SOLUTION GEOMETRIQUE AU PROBLEME POSE PAR WALTER CHRISTALLER

FIGURE 4

D'APRES M.MICHALAKIS ET G. NICOLAS: "LE CADAVRE EXQUIS DE LA CENTRALITE", 1986



Solution géométrique mathématiquement exacte du "problème" des "lieux centraux" posé par WC : les "lieux centraux" doivent être disposés dans la couronne interne et pas dans la couronne externe. Toutes les figures géométriques irrégulières à trois, quatre, cinq et six côtés résolvent le problème. Cas représenté : figure avec trois côtés.

Pratiquement il y a une infinité de solutions. La solution géométrique est donc triviale puisque toutes les figures sont possibles.

Si on fait disparaître la couronne en invalidant les termes du problème posé par Walter Christaller, la probabilité d'observer trois lieux disposés au sommet d'un triangle équilatéral autour d'un lieu initial situé au centre de gravité de ce triangle est de 1 sur une infinité, c'est à dire 0.

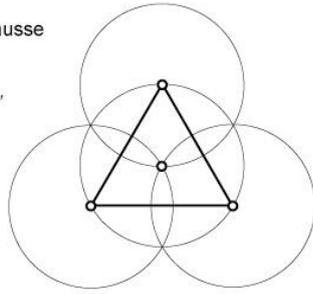
Pratiquement aucune figure empirique de ce type n'a donc pu être observée dans le monde, à toutes les époques historiques étudiées.

**WALTER CHRISTALLER :
APRES CORRECTION DES ERREURS,
LE PROBLEME DE LA DISTRIBUTION
DE LA MARCHANDISE CENTRALE
ADMET UN INFINITE DE SOLUTIONS
GEOMETRIQUES**

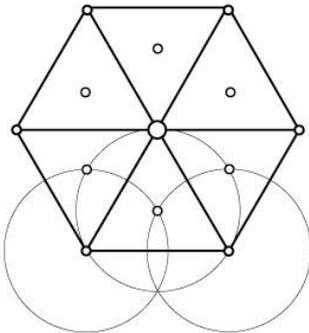
D'APRES M.MICHALAKIS ET G. NICOLAS:
"LE CADAVRE EXQUIS DE LA CENTRALITE", 1986

1. Erreur géométrique initiale

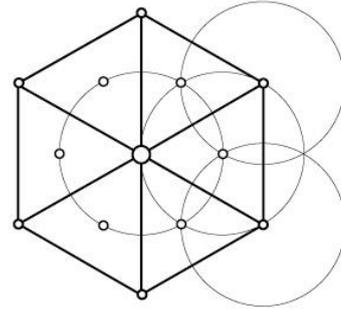
La solution *a priori* géométriquement fautive du problème posé en 1933 par WALTER CHRISTALLER dans "Die zentralen Orte in Süddeutschland"



2. Figure normative 1 directe sur la base de l'erreur initiale



3. Figure normative 2 après rotation de la figure normative 1

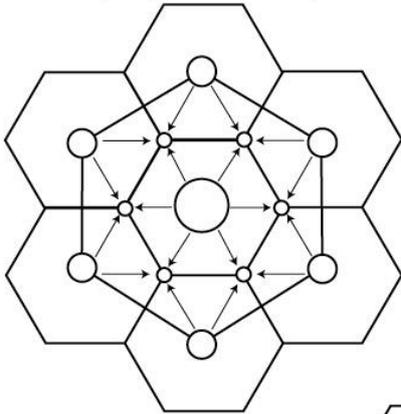


FABRICATION DE FIGURES NORMATIVES A PARTIR D'UNE ERREUR GEOMETRIQUE INITIALE

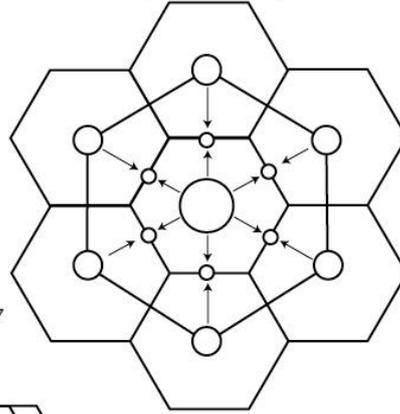


TROIS "LOGIQUES" DE FONCTIONNEMENT DEFINIES SUR UNE BASE GEOMETRIQUE FAUSSE

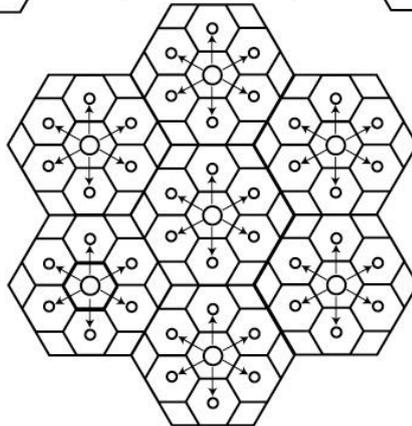
Principe d'approvisionnement, $k = 3$



Principe de transport, $k = 4$



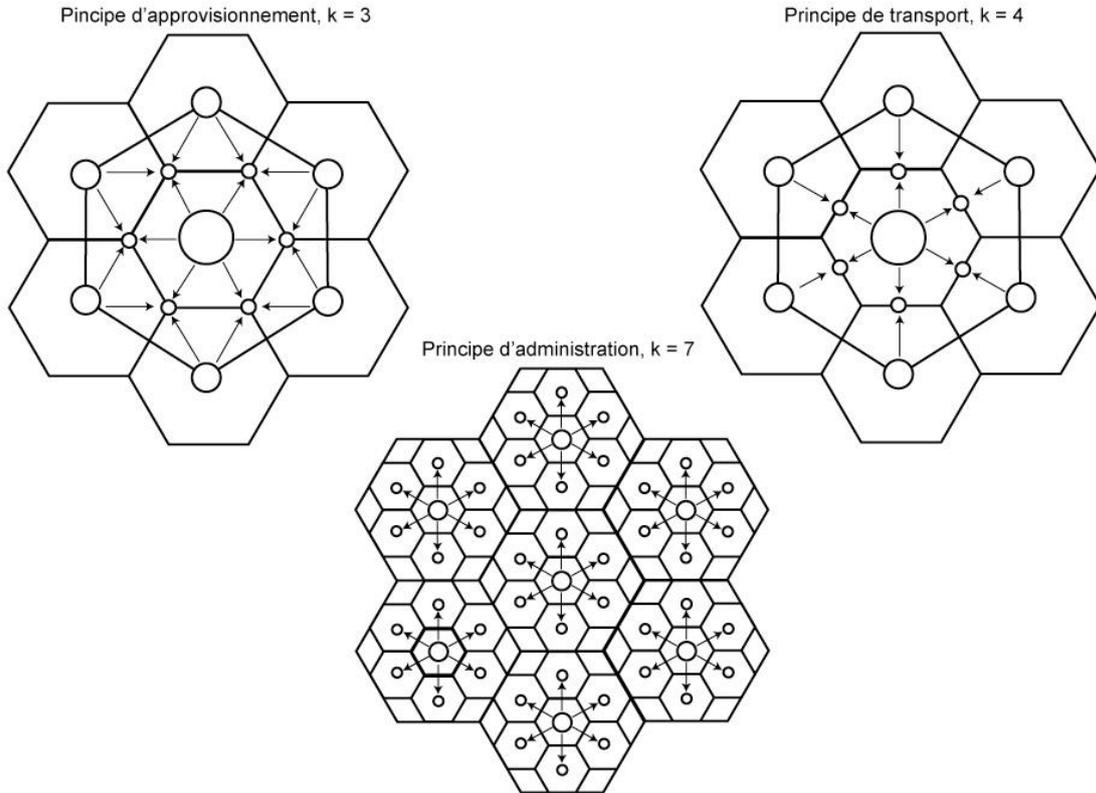
Principe d'administration, $k = 7$



WALTER CHRISTALLER : FONCTIONNEMENTS DEDUITS A L'AIDE DE FIGURES CONSTRUITES SUR UNE BASE MATHEMATIQUE FAUSSE

FIGURE 6

Georges NICOLAS, 2006



WALTER CHRISTALLER : UTILISATION DES TROIS LOGIQUES
 POUR ETUDIER LES LIEUX HABITES D'ALLEMAGNE DU SUD (1933)



RESULTAT : NEGATION DE LA REALITE DES OBSERVATIONS EN UTILISANT
 DES FIGURES NORMATIVES FABRIQUEES A PARTIR D'UNE ERREUR GEOMETRIQUE INITIALE

Figure empirique des systèmes L
 résultant des observations de
 Walter Christaller dans l'Allemagne du sud

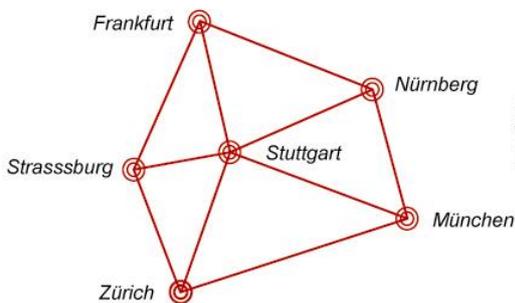
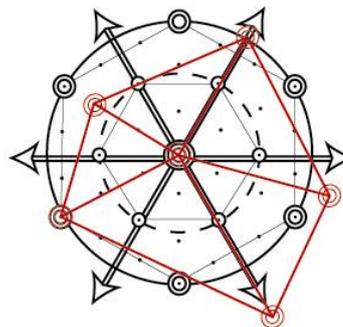


Figure normative insérée par Walter Christaller
 dans la carte 5 de "Die zentralen Orte in Süddeutschland"
 (Les tracés des hexagones ne figurent pas sur la carte originale)

Rotation
 et superposition

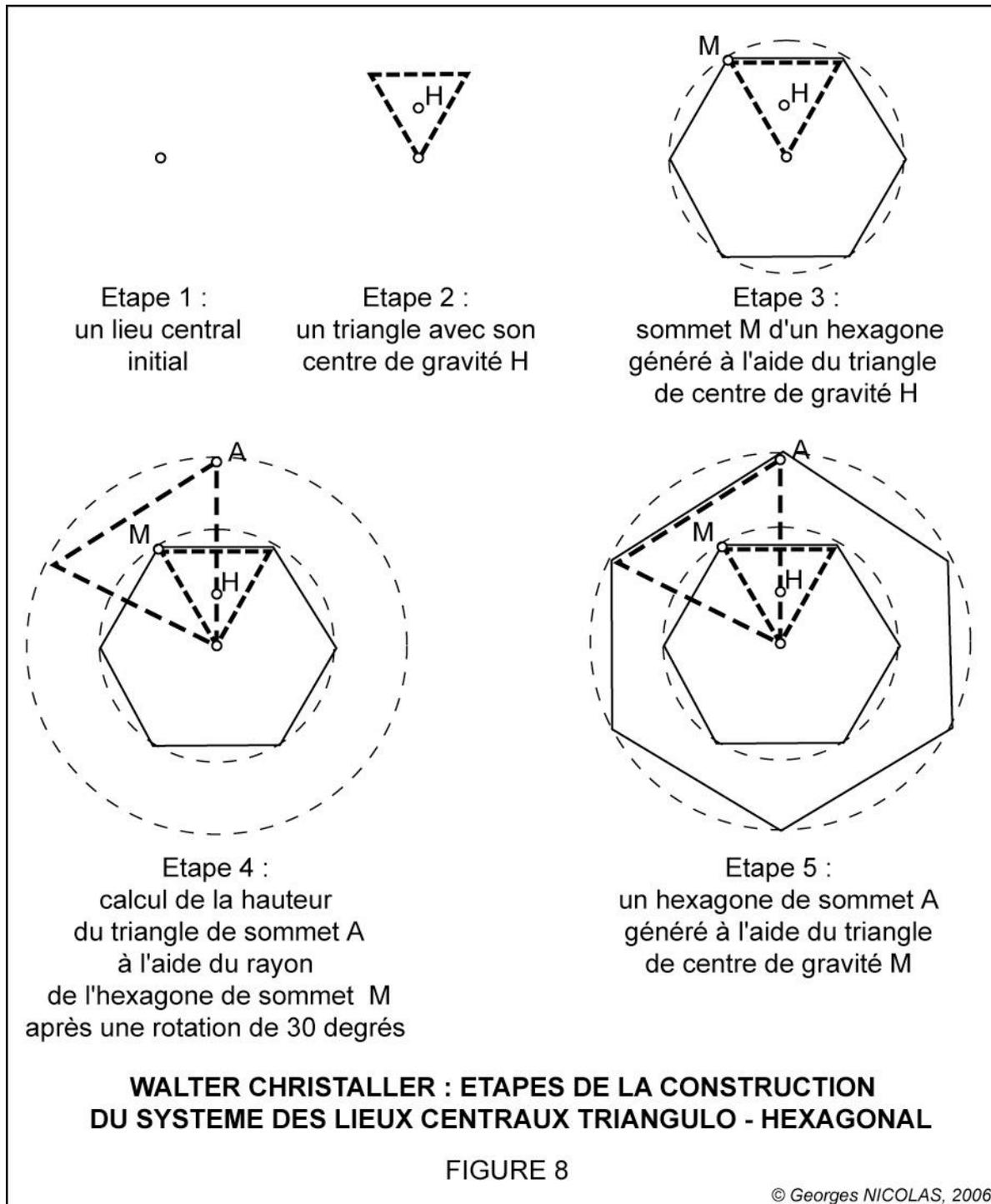


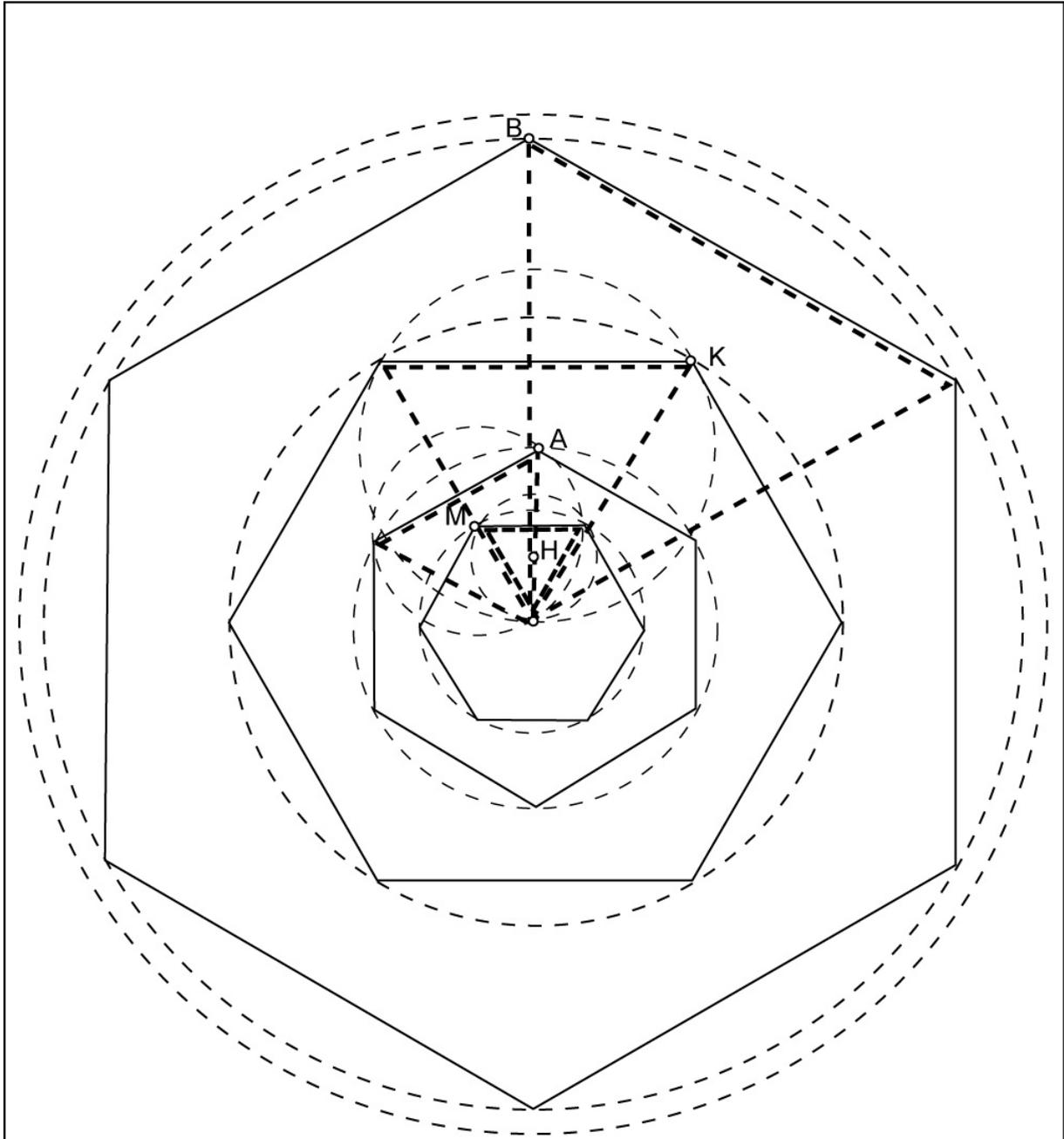
Conclusion de Walter Christaller quand il compare les résultats
 (numériques et géométriques) de la figure empirique
 et de la figure normative de la carte 5 :
 "Ce qui est remarquable dans l'observation de la structure du système
 de Stuttgart et qui le caractérise de manière déterminante,
 c'est le fait qu'ici il y a 5 systèmes et non pas 6 comme normalement (sic)"
 "Die zentralen Orte in Süddeutschland", p 201.

**WALTER CHRISTALLER : SI ELLE EST EN CONTRADICTION AVEC LA THEORIE
 LA REALITE N'EST "PAS NORMALE" ("nicht normal")**

Georges NICOLAS, 2006

Les « principes de fonctionnement » déduits de la position des « lieux centraux » dans les « schémas » géométriques christallériens se veulent universels, c'est à dire valables partout à la surface de la Terre et fonctionnels à toutes les époques. Les « lieux centraux » sont représentés à l'aide des schémas dans un plan qui a les mêmes propriétés dans toutes les directions : c'est un espace isotrope. La construction des figures normatives des « lieux centraux » permet à Walter Christaller de déduire une figure de la précédente à l'aide de la construction : triangle équilatéral → hexagone régulier → nouveau triangle équilatéral de niveau supérieur → hexagone régulier de niveau supérieur etc. (DS p66, fig1 et CP p61, fig1) : c'est un espace isomorphe.

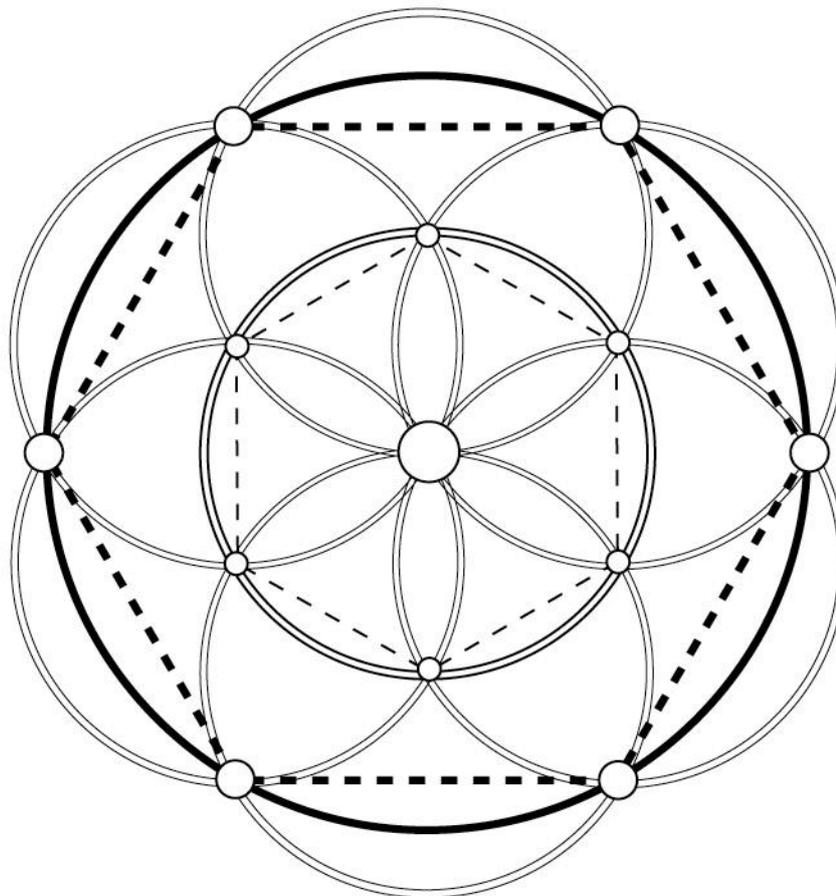




WALTER CHRISTALLER :
SCHEMA D'UN SYSTEME DES LIEUX CENTRAUX
PRINCIPE D'APPROVISIONNEMENT $K = 3$
Die zentralen Orte in Süddeutschland Fig 1, p. 66

FIGURE 9

© Georges NICOLAS, 2006



- Lieu central B et G
- Lieu central B
- Lieu central K

**WALTER CHRISTALLER : DISTRIBUTION DE LA MARCHANDISE CENTRALE
DANS UNE REGION COMPLEMENTAIRE NON ISOLEE : LES DERNIERES COURONNES
CREES NE PEUVENT ETRE DESSERVIES**

D'APRES M. MICHALAKIS ET G. NICOLAS: "LE CADAVRE EXQUIS DE LA CENTRALITE" 1986 © Georges NICOLAS 2005

FIGURE 10

Walter Christaller lui-même n'a pas réussi à valider cette représentation dans ses recherches et retrouver dans le sud de l'Allemagne au XXe siècle la répartition géométrique triangulo-hexagonale prévue par sa théorie (figure 6). Exposée de manière triangulo-hexagonale la « théorie des lieux centraux » a donc été invalidée pour l'époque contemporaine par Walter Christaller lui-même. Il a certes affirmé le caractère « anormal » du résultat de ses observations en Allemagne du Sud et il a donc contribué à « normaliser » les espaces conquis à l'Est par le IIIe Reich. Dans le *Warthegau* partie annexée de la Pologne occidentale il a participé à la planification spatiale des exterminations-déportations des habitants dans les villages « à ramener (*abwerten*) à la dimension typique » afin de pouvoir créer (*Neugründung*), et « développer (*entwickeln*) jusqu'à la taille typique » des villages principaux de 600 habitants en y installant des « Allemands de souche ». Il a également proposé en Haute Silésie annexée de « rétrograder à leur juste taille » des villes existantes et de créer une ville de 450.000 habitants « centre culturel » [...] « servant de lien entre Breslau et Vienne ». Peu importait

que la théorie sous-tendant ces plans criminels soit scientifiquement erronée : la force militaire, la violence policière, la déportation et l'extermination permettaient de créer une « table rase » sur laquelle les schémas théoriques pouvaient être réalisés.

Après Walter Christaller, aucun géographe n'a pu trouver dans le monde un réseau de « lieux centraux » disposés en hexagones réguliers et obéissant aux trois « principes de fonctionnement » déduits grâce à leurs positions sur les schémas théoriques triangulo-hexagonaux. Pratiquement les schémas ne sont plus utilisés que pour suggérer (non sans difficultés !) une « image idéale » baptisée « modèle » de la concentration des activités dans certains lieux habités qualifiés de « centraux ».

Cependant, si cette pseudo théorie scientifique n'est pas valable pour le XXe siècle et encore moins pour le XXIe, pourquoi ne le serait-elle pas dans les périodes historiques antérieures, à l'époque moderne et au Moyen-Age, périodes pendant lesquelles, en Europe, les lieux habités ont des chiffres de populations moins contrastés ? Beaucoup d'historiens se sont essayés à cette tâche en refusant d'utiliser la théorie dans son intégralité et en y choisissant ce qu'ils y estimaient comme « valable ». Pour ce faire, ils ont dissocié l'image théorique de ses principes de fonctionnement. Ceci étant, même les plus convaincus de la validité de ce qui restait de la « théorie » ont été obligés de constater trois choses : 1) il est impossible de trouver des figures hexagonales régulières en tirant des lignes droites entre les « lieux centraux » ; 2) les figures irrégulières obtenues ont très rarement six côtés, mais plus généralement, quatre, cinq, sept côtés ou plus; 3) ces figures forment des espaces cellulaires séparés par des espaces vides peu ou pas intégrés aux régions générées par les rapports entre lieux habités. Les schémas de Walter Christaller sont beaucoup trop « rigides » pour rendre compte de « l'armature » des semis habités, ruraux ou urbains.

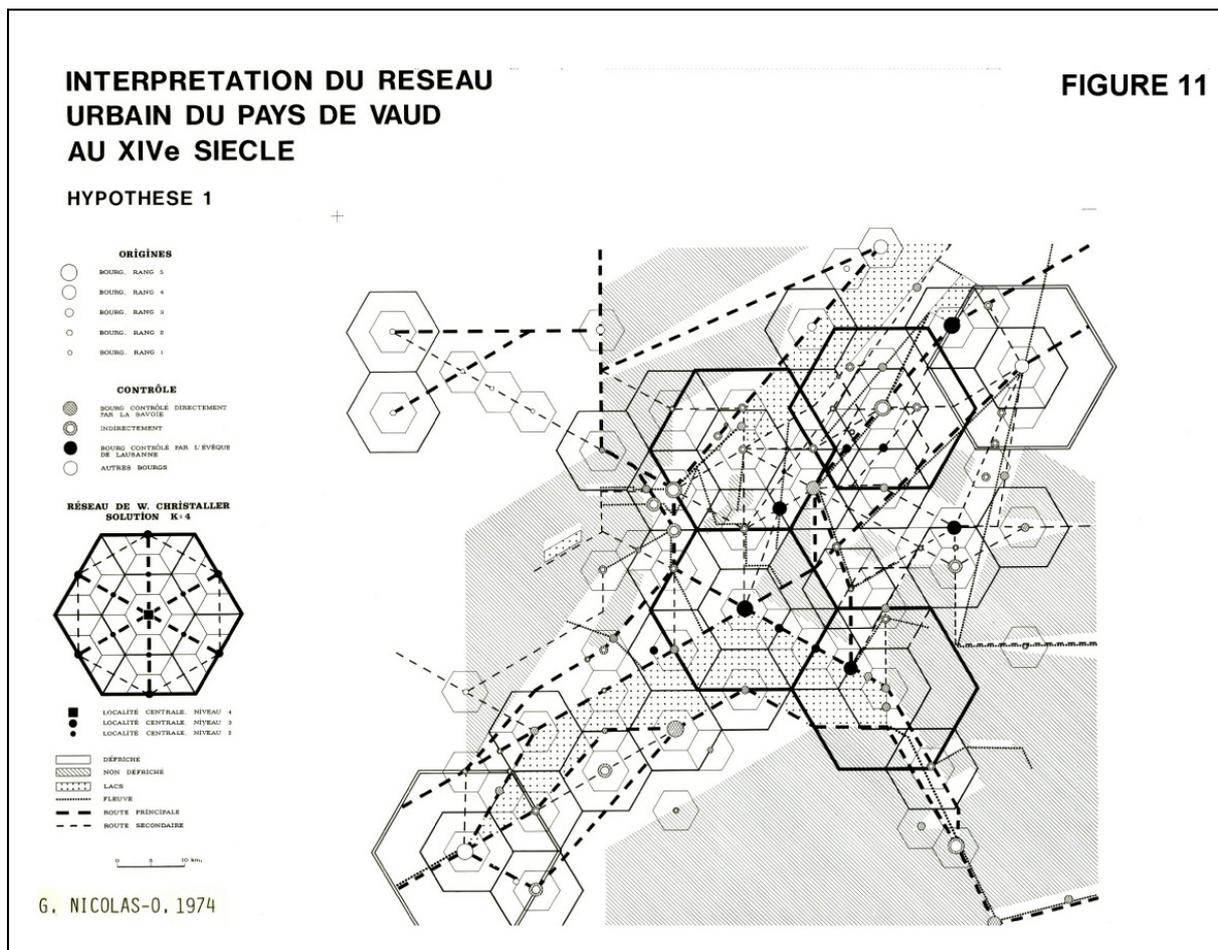
A l'inverse, une étude a été réalisée pour les « bourgs » de la Suisse occidentale du Xe au XVe siècle en acceptant dans leur intégralité la théorie des lieux centraux et les schémas de fonctionnement triangulo-hexagonaux proposés par Walter Christaller.

La conception géométrique du « système des lieux centraux » a entraîné, pour être utilisée historiquement comme moyen d'analyse et de représentation, une harmonisation entre l'isotropie et l'isomorphie de l'espace théorique et le temps historique des périodes étudiées. Le temps en accord avec ce type d'espace est isochrone (linéaire et sécable à l'infini) : c'est le temps des chronologies en millénaires, en siècles, en décennies, années etc. La théorie des lieux centraux de Walter Christaller fonctionne par conséquent avec des figures régulières toujours identiques et autoreproductibles, un temps chronologique apériodique et des logiques universelles. Dans le cas des bourgs médiévaux de Suisse occidentale la chronologie adoptée fut celle du siècle.

L'hypothèse testée a été la suivante : lorsqu'un bourg est dans une position conforme à un principe de fonctionnement dans la trame triangulo-hexagonale de base de l'espace en Suisse occidentale au Moyen-Age (espace), son rang dans la hiérarchie dépend de son ancienneté. Plus le bourg est ancien (temps), plus son rang est élevé (hiérarchie urbaine). Conformément au projet de Walter Christaller qui voulait déduire de la localisation des lieux sur son schéma triangulo-hexagonal « la loi de régularité du nombre, de la répartition [spatiale] et de la taille des lieux urbains » (DS p21, CP p14), l'espace isotrope et isomorphe et par nécessité de cohérence le temps isochrone sont des variables indépendantes qui expliquent la hiérarchie urbaine qui devient une variable dépendante.

D'autre part, le point de départ des représentations géométriques était *a priori* en accord avec les affirmations triangulo-hexagonales de Walter Christaller puisqu'un hexagone irrégulier de 12 km de côté en moyenne existait au « centre » de l'espace étudié avec cinq bourgs présents pendant toutes les périodes séculaires aux sommets de cet hexagone, le sixième sommet étant occupé par un lieu qui n'était pas un bourg. En plus, tout l'espace étudié a pu être ramené à un schéma général hexagonal régulier à quatre niveaux construit à partir des 12 km considérés comme la hauteur de l'hexagone de base rendu régulier ; les rayons des niveaux sont : niveau 1 = 1.2 km, niveau 2 = 3.5 km, niveau 3 = 7 km, niveau 4 = 14 km. Ce dispositif géométrique favorable n'a cependant pas permis de déduire la répartition « centrale » des bourgs considérés comme potentiellement « centraux » en dépit de la formulation de cinq hypothèses « empiriques » valables uniquement pour l'espace de Suisse occidentale à l'époque étudiée et de deux hypothèses *ad hoc* valables seulement pour la théorie des « lieux centraux » (RB, p51-52).

Finalement, le pourcentage des lieux complètement excentrés qui ne sont pas au niveau où la théorie prévoit qu'ils devraient être est de 30% au niveau 1, 28% au niveau 2 et 42% au niveau 3. Seulement 28% des lieux les plus importants sont situés au niveau 4 là où la théorie les prévoit en vertu de l'évolution chronologique séculaire. En plus, il n'y a pas concordance entre les effectifs de population, les superficies cultivées des hexagones dans lesquelles se trouvent ces populations, les niveaux spatiaux et les degrés hiérarchiques des bourgs. Ainsi, le plus grand hexagone de niveau 4 a la plus grande superficie agricole et la plus petite population. Or, au Moyen Age, aucun pays ne peut prétendre vivre sans avoir une activité agricole minimale qui lui permette de nourrir sa population, aux aléas climatiques et conjoncturels près (famine, épidémies, massacres etc.).



Aucune théorie à prétention scientifique ne peut résister à une telle accumulation d'erreurs. La théorie des lieux centraux est invalidée : les données étant publiques il est loisible d'en vérifier la démonstration.

Les schémas hexagonaux du « système des lieux centraux » de Walter Christaller ne sont pas les « modèles » d'une prétendue « théorie de la centralité ».

1) Les schémas hexagonaux sont des tentatives de représentations graphiques simplifiées d'une théorie qui est réfutée.

2) Les schémas hexagonaux sont construits à partir de schémas triangulaires qui ne résolvent pas le problème de la centralité posé par Walter Christaller car ils sont géométriquement faux.

Scientifiquement il n'existe pas de « modèle christallérien » de la centralité.

Enfin, comme l'a montré August Lösch, il n'est pas possible de fabriquer une théorie à partir d'un modèle géométrique faux. Mais August Lösch avait refusé de prêter serment à Hitler et il ne pouvait se permettre de critiquer un nazi géographe qui participait à la planification spatiale des conquêtes du Führer à l'Est. En 1940 August Lösch s'est donc contenté de dire prudemment ce qu'il pensait dans une note de bas de page en attirant l'attention sur le caractère erroné de la démarche de Walter Christaller (RO p92-93).

En effet, leurs démarches respectives sont les suivantes :

Walter Christaller : principe général (cristallisation d'une masse autour d'un noyau) → espace empirique → représentation spatiale triangulo-hexagonale *a priori* → principes de fonctionnement → hiérarchies

August Lösch : principes économiques → formulation mathématique → formes géométriques *a posteriori* → hiérarchies

August Lösch n'a pas « généralisé » Walter Christaller : il l'a réfuté. C'est uniquement la fausse similitude entre les dessins d'hexagones au début des élucubrations théoriques de Walter Christaller et à la fin des raisonnements théoriques d'August Lösch qui a permis de les agréger abusivement. Les prétendus « modèles christallériens » de Walter Christaller n'ont rien à faire dans une théorie de la centralité inspirée par les recherches d'August Lösch sur « L'ordre spatial de l'économie » (« *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft* »).

Références bibliographiques :

CHRISTALLER W., Jena, 1933, *Die zentralen Orte in Süddeutschland* (cité : DS).

LOESCH August, Jena, 1940, *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft* (cité RO).

CHRISTALLER W., Leipzig, 1941, *Die Zentralen Orte in den Ostgebieten* (cité : DO).

BASKIN C.W., London, 1966, *Central places in southern Germany* (traduction partielle de DS : cité CP).

MICHALAKIS Méléti et NICOLAS Georges, « Le cadavre exquis de la centralité : l'adieu à l'hexagone régulier », Lausanne, 1986, *Eratosthène-Sphragide 1*, p. 38-87 (cité CE),

<http://cyberato.pu-pm.univ-fcomte.fr/eratosthene/files/le%20cadavre%20exquis.pdf>

ADAM Sylvie, La théorie de la centralité de Walter Christaller explique-t-elle la formation du réseau de bourgs de Suisse occidentale au Moyen-Age ?, www.cyberato.org : publication, travaux et mémoires, 1990 et 2006 (cité RB).

Georges NICOLAS, décembre 2006